

非套路的RSA题

原创

[贮藏的仓鼠](#) 于 2019-11-12 17:12:07 发布 383 收藏

分类专栏: [CTF](#) 文章标签: [RSA](#) [非套路](#)

版权声明: 本文为博主原创文章, 遵循 [CC 4.0 BY-SA](#) 版权协议, 转载请附上原文出处链接和本声明。

本文链接: https://blog.csdn.net/qq_42391153/article/details/103031816

版权



[CTF 专栏收录该内容](#)

10 篇文章 1 订阅

订阅专栏

CTF 非套路的RSA题

做了很多RSA类型的题目

除了典型的RSA简单解密, 还有各种套路题

举几个栗子

e很大的wiener攻击

e很小像3和2的直接开放

低加密指数广播攻击

共模攻击

...

这里介绍一下前两天在湖湘杯踩得坑的非套路RSA

嗯, 下面是这道题

```

from Crypto.Util.number import *
import libnum
import gmpy2

flag = open("flag.txt", "rb").read()
m=libnum.s2n(flag)
p=getPrime(1024)
q=getPrime(1024)
n=p*q
e=65537
c=pow(m,e,n)
phi=(p-1)*(q-1)
d=gmpy2.invert(e,phi)
dp=d%(p-1)
print dp,n,e,c

#
dp: 8437306921017369004762922687868614401705212935393101111288089237936103549251606615939411548228929102593291578
7077633999791002846189004408043685986856359812230222233165493645074459765748901898518115384084258143483508823079
115319711227124403284267559950883054402576935436305927705016459382628196407373896831725
n: 22000596569856085362623019573995240143720890380678581299411213688857584612953014122879995808816872221032805734
1513434589217193343601940248903770755216803996785336551142610007161068706100833564786214455418401244474599433225
7774026840721795008121713005505792681606506827599962050276686637946552104229837068605382344809977857287876578271
1260673185703889168702746195779250373642505375725925213796848495518878490786035363094086520257020021547827073768
5986001519287874341530036750962547922450142170446074408906941909891623188461043853116461233437951494899462512217
74030484424581846841141819601874562109228016707364220840611
e: 65537
c: 14874271064669918581178066047207495551570421575260298116038863877424499500626920855863261194264169850678206604
1443143181718293675756887265933238631456642411891678209966015613891598198737343688104490117610546685955652179705
1612518124086999800956114027744465369827807350985228872027600843896506962788697283914619910249787481847345493201
2374251932864118784065064885987416408142362577322906063320726241313252172382519793691513360909796645028353257317
044086708114163313328952830378067342164675055195428728335222420942907312921137098664899750770526043338058894218
89967835433026770417624703011718120347415460385182429795735

```

可以看出这里基本上把能给的给了，为了题目难度给了个dp，不是传送那个dp， $dp=d \bmod (p-1)$

试过很多方法，先试着解n，发现factor没有这个n的记录

用工具解，边试边试着推到dp的公式

emmm，工具解着就要几个小时了。

推导dp的公式，果然没有数论的基础，理解这个东西真的麻烦

Two days later...

今天看了writeup，原来这已经是一道老题了，只是没做到，难怪是easyRSA

今年1月份飘零大佬发在合天智汇，下面是链接

<https://zhuanlan.zhihu.com/p/43033684>

现在我们可以知道的是

$$c \equiv me \pmod{n}$$

$$m \equiv cd \pmod{n}$$

$$\phi(n) = (p-1)(q-1)$$

$$d * e \equiv 1 \pmod{\phi(n)}$$

$$dp \equiv d \pmod{p-1}$$

由式5*e可以得到

$$dp * e \equiv d * e \pmod{p-1}$$

因此可以得到

$$d * e = k * (p-1) + dp * e$$

$$d * e \equiv 1 \pmod{\phi(n)}$$

我们将式1带入式2可以得到

$$k * (p-1) + dp * e \equiv 1 \pmod{(p-1)(q-1)}$$

故此可以得到

$$k2 * (p-1)(q-1) + 1 = k1 * (p-1) + dp * e$$

变换一下

$$(p-1)[k2(q-1) - k1] + 1 = dp * e$$

因为

$$dp < p-1$$

可以得到

$$e > k2(q-1) - k1$$

我们假设

$$x = k2(q-1) - k1$$

可以得到x的范围为

$$(0, e)$$

因此有

$$x * (p-1) + 1 = dp * e$$

那么我们可以遍历

$$x \in (0, e)$$

求出p-1，求的方法也很简单，遍历65537种可能，其中肯定有一个p可以被n整除那么求出p和q，即可利用

$$\phi(n) = (p-1)(q-1)$$

$$d * e \equiv 1 \pmod{\phi(n)}$$

推出

$$d \equiv 1 * e^{-1} \pmod{\phi(n)}$$

注：这里的-1为逆元，不是倒数的那个-1

```
#coding:utf-8
import gmpy2
import libnum

n = 220005965698560853626230195739952401437208903806785812994112136888575846129530141228799958088168722210328057
3415134345892171933436019402489037707552168039967853365511426100071610687061008335647862144554184012444745994332
2577740268407217950081217130055057926816065068275999620502766866379465521042298370686053823448099778572878765782
7112606731857038891687027461957792503736425053757259252137968484955188784907860353630940865202570200215478270737
6859860015192878743415300367509625479224501421704460744089069419098916231884610438531164612334379514948994625122
1774030484424581846841141819601874562109228016707364220840611
e = 65537

dp = 84373069210173690047629226878686144017052129353931011112880892379361035492516066159394115482289291025932915
7870776339997910028461890044080436859868563598122302222331654936450744597657489018985181153840842581434835088230
79115319711227124403284267559950883054402576935436305927705016459382628196407373896831725
c = 148742710646699185811780660472074955515704215752602981160388638774244995006269208558632611942641698506782066
0414431431817182936757568872659332386314566424118916782099660156138915981987373436881044901176105466859556521797
0516125181240869998009561140277444653698278073509852288720276008438965069627886972839146199102497874818473454932
0123742519328641187840650648859874164081423625773229060633207262413132521723825197936915133609097966450283532573
170440867081141633133289528303780673421646750551954287283352224209429073129211370986648997507705260433380588942
1889967835433026770417624703011718120347415460385182429795735

for i in range(1,65538):
    if (dp*(e-1)%i == 0: #由(p-1)[k2*(q-1)-k1]+1 = dp*e, 也就是说算模 k2*(q-1)-k1等不等于0, 就是求k2*(q-1)-k1是不是其
        一个因子
        if n%(((dp*(e-1)/i)+1))==0: #这里的判断是这样的 由(p-1)[k2*(q-1)-k1]+1 = dp*e 所以这里的 (dp*(e-1)/i求的是 p-1
            , 再加1就是p, n%p==0就是n=p*q
            p=((dp*(e-1)/i)+1
            q=n/(((dp*(e-1)/i)+1)
            phi = (p-1)*(q-1)
            d = gmpy2.invert(e,phi)%phi
            print libnum.n2s(pow(c,d,n))
```

推导理解了一下

$$\begin{aligned}
 & dp \equiv d \% (p-1) \quad ① \\
 & c \equiv m^e \% n \quad ② \\
 & m \equiv c^d \% n \quad ③ \\
 & dx \equiv m^1 \% f(n) \quad ④ \\
 & f(n) = (p-1) \times (q-1) \quad ⑤
 \end{aligned}$$

最后，感谢飘零大佬！！